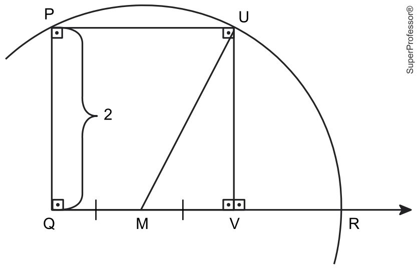
Revisão UEL
Prof. João Capri

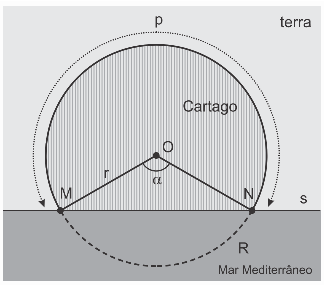
1. (Uel) Leia o texto a seguir.
A partir de uma unidade de comprimento fixada, um número $\alpha > 0$ é chamado de construtível se conseguirmos, usando apenas um compasso e uma régua não graduada, construir, com um número finito de passos, um segmento de reta cujo comprimento seja a. Dessa forma, construímos, inclusive, parte dos números irracionais. É a irregularidade que nasce da regularidade.
Sabe-se que $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{2}$ são exemplos de números irracionais construtíveis. Para ilustrar uma destas afirmações, tome um quadrado PUV Q de lado duas unidades. Seja M o ponto médio do segmento $\overline{QV}$. Considere R como sendo o ponto de intersecção da semirreta $\overrightarrow{QV}$ com a circunferência de centro M e raio $\overline{MU}$.



Assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a medida do raio $\overline{MU}$. e do segmento $\overline{QR}$, respectivamente.

a) $\sqrt{2}$ e $1+\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$ e $1+\sqrt{3}$
c) $\sqrt{5}$ e $1+\sqrt{5}$ d) $\sqrt{2}$ e $\frac{1}{2}+\sqrt{2}$
e) $\sqrt{5}$ e $\frac{1}{2}+\sqrt{5}$

2. (Uel) Leia o texto a seguir.
Em Eneida (Virgílio, I a.C.), a princesa Dido, tendo a vida ameaçada numa disputa de poder, refugiou-se na costa do Mar Mediterrâneo. A ela foi prometida a extensão de terra que pudesse cercar com o couro de um boi. Diz o poema que preparou com ele uma longa e fina correia e que, estendendo-a como uma porção de circunferência, delimitou terra ao longo da costa de modo a obter a maior área possível, dentro da qual foi erigida a cidade de Cartago. Mesmo desconhecendo detalhes, um geômetra deseja calcular a área da porção de terra que a princesa cercou. Para este fim, considera s a reta que representa o litoral; R a circunferência de raio $r > 0$ e centro O; M e N a intersecção de R com a reta s; o ângulo $M\hat{O}N$ (medido em radianos); e p o comprimento da correia de couro, conforme esboço a seguir.



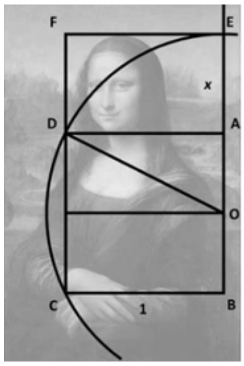
O geômetra encontra a área $A(\alpha)$ da região hachurada, onde $A : [0, \pi] \to$ ~ é dada por

$$A(\alpha) = \frac{p^2}{(2\pi-\alpha)^2}\left(\frac{\text{sen}(\alpha)}{2} - \frac{\alpha}{2} + \pi\right)$$

Em seguida, pesquisando mais detalhes, descobre que Dido delimitou terra de modo a formar um semicírculo. Sabendo que o geômetra utiliza essa informação e a função A para calcular a área desse semicírculo, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o número obtido por ele.

a) $\frac{p^2}{\pi}$ b) $\frac{p^2}{2\pi}$ c) $\frac{p^2}{3\pi}$ d) $\frac{p^2}{4\pi}$ e) $\frac{p^2}{5\pi}$

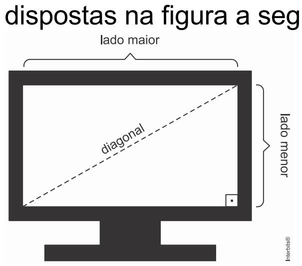
3. (Uel) A icônica obra Mona Lisa, de Leonardo Da Vinci, exposta no Museu do Louvre, possibilita pôr à prova as proporções matemáticas nela presentes. Partindo de um quadrado $ABCD$ de lado 1, que delimita uma região abaixo da cabeça, pode-se obter um retângulo, que contém a cabeça da Mona Lisa, por meio da construção geométrica descrita a seguir.
Seja O o ponto médio do segmento $\overline{AB}$. Tome a circunferência de centro O e raio $\overline{OD}$. Encontre o ponto E dado pela intersecção da circunferência com a semirreta $\overrightarrow{BA}$. Considere o ponto F de modo a obter o retângulo de vértices $EADF$, como ilustrado na figura a seguir.



Com base na construção geométrica fornecida e na figura, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o comprimento do segmento $\overline{EA}$.

a) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ b) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
d) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ e) $\frac{\sqrt{5}+2}{2}$

4. (Uel) Convenciona-se que o tamanho dos televisores, de tela plana e retangular, é medido pelo comprimento da diagonal da tela, expresso em polegadas. Define-se a proporção dessa tela como sendo o quociente do lado menor pelo lado maior, também em polegadas. Essas informações estão dispostas na figura a seguir.



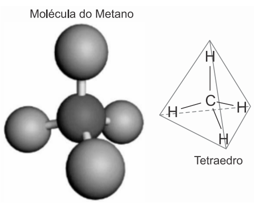
Suponha que Eurico e Hermengarda tenham televisores como dado na figura e de proporção $3/4$. Sabendo que o tamanho do televisor de Hermengarda é 5 polegadas maior que o de Eurico, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, quantas polegadas o lado maior da tela do televisor de Hermengarda excede o lado correspondente do televisor de Eurico.

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

5. (Uel) Leia o texto a seguir.
Segundo teorias demográficas, a população mundial cresceria em ritmo rápido, comparado a uma $PG = (2, 4, 8, 16, 32, 64, ..., a_t, ...)$, e a produção mundial de alimentos cresceria em um ritmo lento, comparado a uma $PA = (1, 2, 3, 4, ..., b_t, ...)$.
Suponha que PA seja a sequência que representa a quantidade de alimentos, em toneladas, produzidos no tempo $t > 0$, e que PG seja a sequência que representa o número de habitantes de uma determinada região, nesse mesmo tempo t.
A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a razão entre a quantidade de alimentos, em kg, e o número de habitantes, para $t = 10$ anos. a) $\frac{5^3}{2^6}$ b) $\frac{5^4}{2^6}$ c) $\frac{5^5}{2^6}$ d) $\frac{5^3}{2^5}$ e) $\frac{5^4}{2^5}$

6. (Uel) Considere que um contribuinte deve pagar determinado imposto no valor de R$ 5.000,00 em 5 parcelas de mesmo valor.
Sabendo que sobre o valor de cada parcela incide 1% de juros mais uma taxa fixa T de 0,82%, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o valor de cada parcela a ser paga pelo contribuinte.
a) R$ 1.008,20 b) R$ 1.010,00 c) R$ 1.018,20
d) R$ 1.050,00 e) R$ 1.090,00

7. (Uel) Na molécula do Metano (CH_4), o átomo de carbono ocupa o centro de um tetraedro regular em cujos vértices estão os átomos de hidrogênio.



Considerando que as arestas ℓ do tetraedro regular medem $6\ cm$ e que a altura mede $h = \frac{1}{3}\ell\sqrt{6}$, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o volume desse tetraedro.
a) $3\sqrt{3}\ cm^3$ b) $18\sqrt{2}\ cm^3$ c) $18\sqrt{3}\ cm^3$
d) $36\sqrt{2}\ cm^3$ e) $54\sqrt{2}\ cm^3$

8. (Uel) No Paraná, a situação do saneamento público é preocupante, já que o índice de tratamento de esgoto é de apenas 53%, ou seja, quase metade das residências no Estado ainda joga esgoto em fossas. José possui, em sua residência, uma fossa sanitária de forma cilíndrica, com raio de 1 metro e profundidade de 3 metros.
Supondo que José queira aumentar em 40% o volume de sua fossa, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, de quanto o raio deve ser aumentado percentualmente.
Dado: $\sqrt{1,4} = 1,183$
a) 11,8% b) 14,0% c) 18,3% d) 60,0% e) 71,2%

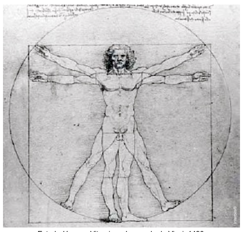
9. (Uel) Uma das tentativas para minimizar os congestionamentos de trânsito nas metrópoles é o rodízio de veículos. Na cidade de São Paulo, isso se faz de acordo com o final das placas. Na segunda-feira, não circulam os veículos com placas de final 1 e 2; na terça-feira, com finais 3 e 4; na quarta-feira, com finais 5 e 6; na quinta-feira, com finais 7 e 8 e na sexta-feira, com finais 9 e 0. Com esse tipo de rodízio, supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, somente 80% da frota de veículos circulam diariamente. Considere outro rodízio de veículos como descrito na tabela a seguir.

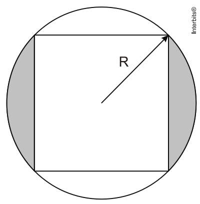
Nova proposta de rodízio

Dia da semana	Finais de placas que NÃO podem circular
segunda-feira	0, 1, 2, 3
terça-feira	2, 3, 4, 5
quarta-feira	4, 5, 6, 7
quinta-feira	6, 7, 8, 9
sexta-feira	8, 9, 0, 1

Supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, a partir da configuração proposta nessa tabela, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, o percentual da frota que circulará diariamente.
a) 40% b) 55% c) 60% d) 65% e) 70%

10. (Uel) Observe a simetria do corpo humano na figura acima e considere um quadrado inscrito em um círculo de raio ***R***, conforme a figura a seguir.


Estudo *Homem Vitruviano*, Leonardo da Vinci, 1490.

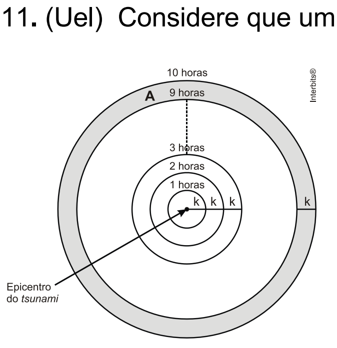


Quadrado inscrito em um círculo

A área da região sombreada é dada por:

a) $A = R^2(\pi - \sqrt{2})$ b) $A = \frac{R^2(\pi - 2)}{2}$
c) $A = \frac{R^2(\pi^2 - 4)}{2}$ d) $A = \frac{R^2(\pi - \sqrt{2})}{4}$
e) $A = \frac{R^2(\pi^2 - \sqrt{2})}{4}$

11. (Uel) Considere que um tsunami se propaga como uma onda circular.



Representação da propagação de um *tsunami*

Se a distância radial percorrida pelo tsunami, a cada intervalo de 1 hora, é de k quilômetros, então a área A, em quilômetros quadrados, varrida pela onda entre 9 horas e 10 horas é dada por:

a) $A = \pi k^2$ b) $A = 9\pi k^2$ c) $A = 12\pi k^2$
d) $A = 15\pi k^2$ e) $A = 19\pi k^2$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

Aplicando o teorema de Pitágoras no triângulo MUV, obtemos:

$$\overline{MU}^2 = \overline{MV}^2 + \overline{UV}^2$$

$$\overline{MU}^2 = 1^2 + 2^2$$

$$\therefore \overline{MU} = \sqrt{5}$$

Como $\overline{MR} = \overline{MU} = \sqrt{5}$ (raio da circunferência), temos que:

$$\overline{QR} = \overline{QM} + \overline{MR}$$

$$\therefore \overline{QR} = 1 + \sqrt{5}$$

Resposta da questão 2:
[B]

Para um semicírculo, temos que $\alpha = \pi.$ Sendo assim:

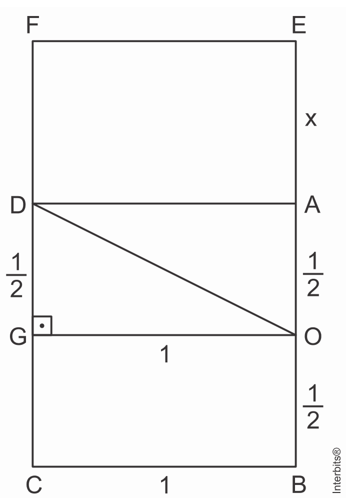
$$A(\pi) = \frac{p^2}{(2\pi - \pi)^2}\left(\frac{\text{sen}(\pi)}{2} - \frac{\pi}{2} + \pi\right)$$

$$A(\pi) = \frac{p^2}{\pi^2} \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore A(\pi) = \frac{p^2}{2\pi}$$

Resposta da questão 3:
[C]

Do enunciado, segue a figura:



Como $\overline{OD}$ e $\overline{OE}$ são raios da circunferência dada, $OD = OE$

No triângulo $DGO,$

$$(DO)^2 = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$(DO)^2 = \frac{5}{4}$$

$$DO = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Então,

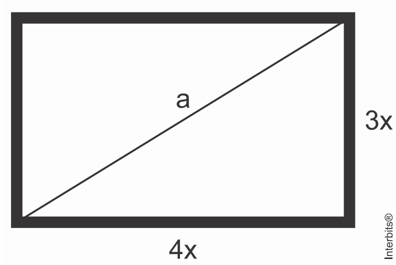
$$\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2} + x$$

$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$EA = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

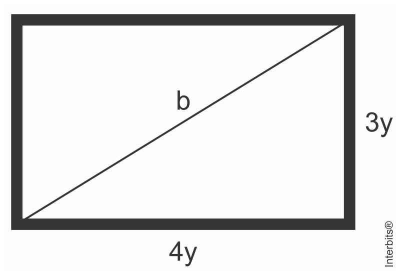
Resposta da questão 4:
[C]

Televisor de Eurico.



$$a^2 = (3x)^2 + (4x)^2 \Rightarrow a = 5x$$

Televisor de Hermengarda.



$$b^2 = (3y)^2 + (4y)^2 \Rightarrow b = 5y$$

Como $b = a + 5,$ temos:

$$5y = 5x + 5 \Rightarrow y = x + 1$$

Portanto, o lado maior da tela do televisor de Hermengarda excede o lado correspondente do televisor de Eurico em:
$4y - 4x = 4(x + 1) - 4x = 4$ polegadas.

Resposta da questão 5:
[B]

Tem-se que $a_t = 2^t$ habitantes e $b_t = 1000t$ quilogramas. Portanto, para $t = 10,$ vem

$$\frac{b_{10}}{a_{10}} = \frac{1000 \cdot 10}{2^{10}}$$
$$= \frac{10^4}{2^{10}}$$
$$= \frac{2^4 \cdot 5^4}{2^{10}}$$
$$= \frac{5^4}{2^6}.$$

Resposta da questão 6:
[C]

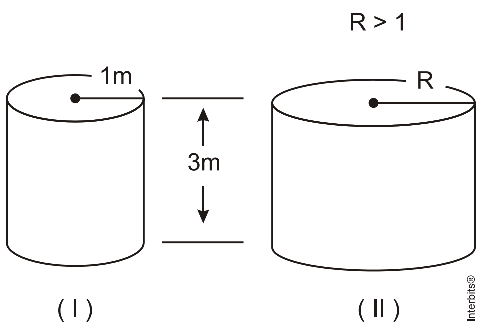
Dentre juros e taxa fixa, o contribuinte pagará $5000 \cdot 0,0182 = \text{R\$ } 91,00.$ Desse modo, o resultado pedido é dado por
$$\frac{5000 + 91}{5} = \text{R\$ } 1.018,20$$

Resposta da questão 7:
[B]

O volume do tetraedro regular de aresta $\ell = 6\,\text{cm}$ é dado por

$$\frac{\ell^3\sqrt{2}}{12} = \frac{6^3\sqrt{2}}{12} = 18\sqrt{2}\,\text{cm}^3.$$

Resposta da questão 8:
[C]



De acordo com o enunciado podemos escrever:
$V_{II} = 1,4V_I$

$$\pi \cdot R^2 \cdot 3 = 1,4\pi \cdot 1^2 \cdot 3$$
$$R^2 = 1,4$$
$$R = 1,183$$

Portanto, o raio terá um aumento de 18,3%.

Resposta da questão 9:
[C]

Número de algarismos que ocupam o final das placas: 10

Número de algarismos finais que são proibidos de rodar diariamente: 4

Supondo uma distribuição uniforme de finais de placas, o percentual da frota que rodará diariamente será:

$$\frac{10 - 4}{10} = 0,6 = 60\%.$$

Resposta da questão 10:
[B]

Sabendo que o lado do quadrado é igual $R\sqrt{2}$, segue que a área da região sombreada é dada por

$$\frac{1}{2}[\pi R^2 - (R\sqrt{2})^2] = \frac{R^2(\pi - 2)}{2}.$$

Resposta da questão 11:
[E]

A área A, em quilômetros quadrados, varrida pela onda entre 9 horas e 10 horas é dada por

$$A = \pi \cdot [(10k)^2 - (9k)^2] = \pi \cdot (100k^2 - 81k^2) = 19\pi k^2.$$